第6講　三角形の性質

PART1　三角形の内心，角の二等分線の性質

1　AB＝4，BC＝10，CA＝7 である △ABC の内心を I とし，直線 BI と辺 AC の交点を D とする。このとき，次の比を求めよ。

(1)　△BAI：△BCI

(2)　△AIC：△ABC

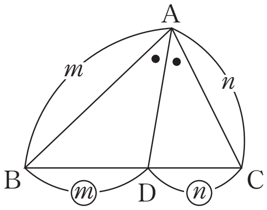
(3)　△CID：△ABC

Point Pickup

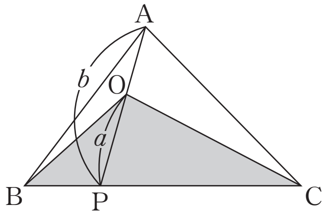
三角形の内心は，3つの内角の二等分線の交点である。

右図の △ABC において，AD が ∠A の二等分線であるとき

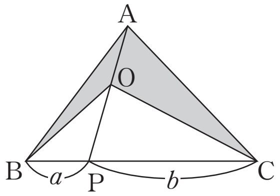
BD：DC＝AB：AC　　（角の二等分線の性質）



三角形の面積と線分の比について，以下のことがいえる。



$$\frac{\triangle \mathrm{OBC}}{\triangle \mathrm{ABC}}=\frac{\mathrm{OP}}{\mathrm{AP}}=\frac{a}{b}$$



$$\frac{\triangle \mathrm{OAB}}{\triangle \mathrm{OAC}}=\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{CP}}=\frac{a}{b}$$

第 6 講　PART1　確認問題

1　AB＝4，BC＝8，CA＝9 である △ABC の内心を I とし，直線 BI と辺 AC の交点を D とする。このとき，次の比を求めよ。ただし，最も簡単な整数の比で答えよ。

(1)　△BAI：△BCI　＝ ア ： イ

(2)　△AIC：△ABC＝ ウ ： エ

(3)　△AID：△ABC＝ オ ： カ

第 6 講　三角形の性質

PART1　三角形の内心，角の二等分線の性質

1　AB = 4，BC = 10，CA = 7 である △ABC の内心を I とし，直線 BI と辺 AC の交点を D とする。このとき，次の比を求めよ。

(1)　△BAI : △BCI

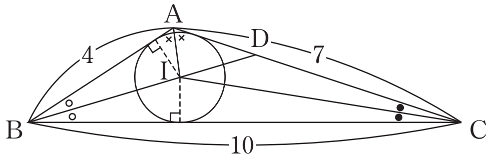
(2)　△AIC : △ABC

(3)　△CID : △ABC

(1)　BD は ∠B の二等分線であるから

AD : DC = BA : BC = 4 : 10 = 2 : 5

よって　△BAI : △BCI = AD : DC = 2 : 5



(別解)

△BAI，△BCI の底辺をそれぞれ，BA，BC とすると，高さはともに内接円の半径となる。

よって，△BAI : △BCI = BA : BC = 4 : 10 = 2 : 5

(2)　(1)より　$AD = \frac{2}{7}AC = \frac{2}{7}\cdot 7 = 2$

AI は ∠A の二等分線であるから　BI : ID = AB : AD = 4 : 2 = 2 : 1

よって　△AIC : △ABC = ID : BD = 1 : (1 + 2) = 1 : 3

(別解)

△ABI，△BCI，△ACI の底辺をそれぞれ

AB，BC，AC とすると，高さはすべて内接円の半径となる。

よって　△ABI : △BCI : △ACI = 4 : 10 : 7

したがって　△AIC : △ABC = 7 : (4 + 10 + 7) = 7 : 21 = 1 : 3

(3)　$\triangle CID = \frac{CD}{AC}\triangle AIC = \frac{5}{7}\triangle AIC$

(2)より　$\triangle AIC = \frac{1}{3}\triangle ABC$

よって　$\triangle CID = \frac{5}{7}\cdot\frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{5}{21}\triangle ABC$

したがって　△CID : △ABC = 5 : 21

（別解）

$$\triangle \mathrm{CID} = \frac{\mathrm{ID}}{\mathrm{BD}} \triangle \mathrm{CBD} = \frac{1}{3} \triangle \mathrm{CBD}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{\mathrm{CD}}{\mathrm{AC}} \triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} \triangle \mathrm{ABC} = \frac{5}{21} \triangle \mathrm{ABC}$$

よって　$\triangle \mathrm{CID} : \triangle \mathrm{ABC} = 5 : 21$

第 6 講　PART1　確認問題 解答

1

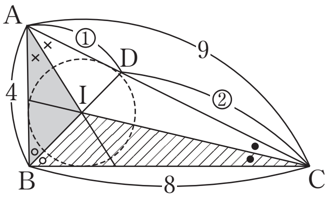
[正解] ア：1，イ：2，ウ：3，エ：7，オ：1，
カ：7

[解説]

(1)　BD は ∠B の二等分線であるから **[A]**

$$AD : DC = BA : BC = 4 : 8 = 1 : 2$$ **[B]**

よって　$\triangle BAI : \triangle BCI = AD : DC = \mathbf{1 : 2}$ **[C]**



（別解）

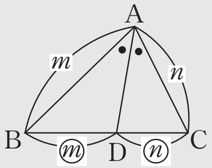
$\triangle BAI$，$\triangle BCI$ の底辺を，それぞれ BA，BC とすると，高さはともに内接円の半径であるから等しい。

よって

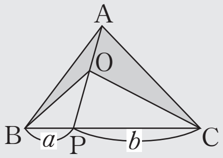
$$\triangle BAI : \triangle BCI = BA : BC$$
$$= 4 : 8 = \mathbf{1 : 2}$$

[A]　三角形の内心は，3 つの内角の二等分線の交点。

[B]　角の二等分線の性質
$\triangle ABC$ において，AD が ∠A の二等分線のとき　BD : DC = AB : AC



[C]　三角形の面積と線分の比



$$\frac{\triangle OAB}{\triangle OAC} = \frac{BP}{CP} = \frac{a}{b}$$

(2)　(1)より　$AD=\frac{1}{3}AC=\frac{1}{3}\cdot 9=3$

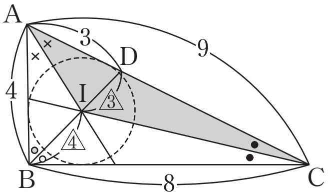
AI は ∠A の二等分線であるから

$BI:ID=AB:AD=4:3$

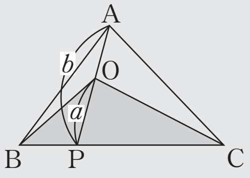
よって

$\triangle AIC:\triangle ABC=ID:BD$ [D]

$=3:(3+4)=\mathbf{3:7}$



[D]　三角形の面積と線分の比



$$\frac{\triangle OBC}{\triangle ABC}=\frac{OP}{AP}=\frac{a}{b}$$

（別解）

△BAI，△BCI，△AIC の底辺を，それぞれ AB，BC，AC とすると，高さはすべて内接円の半径であるから等しい。

よって

$\triangle BAI:\triangle BCI:\triangle AIC=AB:BC:AC$

$=4:8:9$

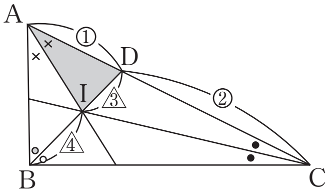
したがって

$\triangle AIC:\triangle ABC=9:(4+8+9)$

$=9:21=\mathbf{3:7}$

(3)　$\triangle AID=\frac{ID}{BD}\triangle ABD=\frac{3}{7}\triangle ABD$

$=\frac{3}{7}\cdot\frac{AD}{AC}\triangle ABC=\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{7}\triangle ABC$

よって　$\triangle AID:\triangle ABC=\mathbf{1:7}$